

5.10 弱い相互作用の繰り込み理論

Higgs 粒子が95%の確率で存在しないと言う事が実験的に分かり始めている現在、弱い相互作用の繰り込みの問題を検証する事は必須条件になっている。もともと、Weinberg-Salam 理論はゲージ理論信仰に支えられて作られたものである。しかし、このゲージ理論ならば繰り込み可能と言う主張が物理的には無意味であり、つぶれてしまった事でもあり、その意味でも弱い相互作用の繰り込みの問題を考える事が避けられない問題である [2, 3]。

Weinberg-Salam 理論は $SU(2) \otimes U(1)$ の非可換ゲージ理論から出発して、対称性を破る事によりゲージボソンに質量を与えるという模型である。これは、物理的には対称性の破れの問題を誤解しており、技術的には局所ゲージ不変を勝手に破ってしまった手法が基本になっているため、およそ信頼できる模型とは言い難いものである。この事は教科書で詳しく解説しているので、ここでは省略する。しかしながら、Weinberg-Salam 模型の最終的な Hamiltonian は弱い相互作用の実験事実をよく再現するように作られている。その意味では、Higgs 粒子を除いたり、またいくつかの修正を加えれば、信頼できる模型になりうると考えられる。そうだとすると、有限質量のボソンにより媒介されている弱い相互作用の繰り込みの問題をきちんと理解する事は、非常に重要になる。

5.10.1 自発的対称性の破れ

弱い相互作用の繰り込み理論を議論する前に「自発的対称性の破れ」という言葉の誤解を解いておく必要がある。ここではカイラル対称性に対して議論するが、この自発的対称性の破れという表現はその物理現象を正しく表していなく、これはほとんど驚くべき事であるが、量子力学を理解していない事に対応している。今、ハミルトニアン $H = H_0 + H_I$ を考えた時、この H_0 は自由粒子のハミルトニアンを表すとして、 H と H_0 とともにカイラル変換に対して不変であるとしよう。ここで H の固有状態である真空を $|vac\rangle_{exact}$ で表し、自由場の H_0 の固有状態である真空を $|vac\rangle_{free}$ で表そう。これは共に負のエネルギーの状態に粒子が詰まった状態を表している。この時、カイラル電荷に対する固有値は $|vac\rangle_{exact}$ に対して

$$e^{i\alpha\hat{Q}_5}|vac\rangle_{exact} = e^{\pm i\alpha}|vac\rangle_{exact} \quad (5.54)$$

となる．一方， $|vac\rangle_{free}$ に対して

$$e^{ia\hat{Q}_5}|vac\rangle_{free} = |vac\rangle_{free} \quad (5.55)$$

となっている．この事は何を意味しているか，答は簡単である．自由場の真空が持つカイラル電荷はゼロであったのに対して，相互作用している真空のカイラル電荷はゼロではなくて有限であったと言う事である．これが「自発的対称性の破れ」という物理の全てである．ただ単に，自由場と比較して相互作用する場の理論の真空状態のカイラル電荷が変わっても当たり前のことで，別に新しい現象があるわけでも何でもない．

ところが南部や Weinberg 達は相互作用する場の理論自体がカイラル対称性を破ったと誤解してしまったのである．何故このような事が起こり得たのであろうか？これはある程度想像はできるが，それ以上はわからない．普通は，考えているハミルトニアン固有状態がカイラル対称性を破ったように見えたなら，自分の計算過程で重大な近似をしてしまったからか，または模型計算において何かの思考法に重大な誤りがあったのであろうと考えて，謙虚な物理屋ならば，狂うほどに注意深く検証する事になるものである．勿論，相互作用する場の理論の対称性が自然に破れたらこれはとんでもない事で，そうだとしたら自分は物理の研究をやめた方が良いという事になる．現実には，南部 - Jona-Lasinio の論文においては，上述した 2 つの事が原因 (近似は Bogoliubov 変換，思考法の誤りはカットオフの理解不足) でカイラル対称性が破れたように見えただけの事である．まとめると，孤立系において対称性が自発的に破れるなどと言う事はなく，対称性が破れた状態 (真空に限らず) が実現されるのは対称性を破る相互作用項を手で付け加えた場合のみに起こる事である．

しかし，問題はその後にもある．この「自発的対称性の破れ」の誤解がさらに誤解を呼んで Higgs 機構に至るのである．Higgs 機構ではさらに進んでゲージ対称性をオペレータの部分で破ってしまうが，それでも「自発的対称性の破れ」のマジックがあるから平気であり，それから標準模型が作られてしまったのである．

但し，弱い相互作用の理論はフェルミ理論から CVC 理論に至る過程で常に実験を再現するように作られており，標準模型はその正しい部分の構造を引き継いでいるために Higgs 機構を除去し，また非可換ゲージ場ではなく通常の有限質量ベクトル場を導入するなどの修正を加えれば，実験を良く再現している理論体系である事は間違い無い事である．

5.10.2 Lorentz 条件 ($k_\mu \epsilon^\mu = 0$) の導出

繰り込み形式を議論するためには有限質量を持つベクトル場 Z^μ の伝播関数を求める必要がある。この場合、まずはベクトル場の偏極ベクトルに対する条件式をきちんと求めておく事が重要となる [3]。ベクトル場 Z^μ に対する Lagrangian 密度は

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} - \frac{1}{2}M^2 Z_\mu Z^\mu \quad (5.56)$$

で与えられる。ここで $G^{\mu\nu} = \partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu$ である。この場合、運動方程式は

$$\partial_\mu(\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) + M^2 Z^\nu = 0 \quad (5.57)$$

となる。自由粒子の解は

$$Z^\mu(x) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\lambda=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2V\omega_{\mathbf{k}}}} \epsilon^\mu(k, \lambda) [c_{\mathbf{k},\lambda} e^{-ikx} + c_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger e^{ikx}] \quad (5.58)$$

の形である事が知られているので、この式を上式に代入して ϵ^μ に対する方程式を求めると

$$(k^2 - M^2)\epsilon^\mu - (k_\nu \epsilon^\nu)k^\mu = 0 \quad (5.59)$$

となる。ここで ϵ^μ がゼロでない意味のある解が存在する条件は上の行列式がゼロ、すなわち

$$\det\{(k^2 - M^2)g^{\mu\nu} - k^\mu k^\nu\} = 0 \quad (5.60)$$

となる。この式を解くと

$$k^2 - M^2 = 0 \quad (5.61)$$

が唯一の解として求められる。よってこれを元の式に代入すると

$$k_\mu \epsilon^\mu = 0 \quad (5.62)$$

が求められる。これは QED では Lorentz 条件として良く知られている式である。しかし、これがゲージ固定とは無関係に運動方程式から導かれたと言う事は QED にとっても大変なことである。それは Lorentz ゲージがゲージ固定としては意味をなさない事に対応している。

それ以上に、これまで何故この運動方程式を解くことがなされなかったのだろうか？自由粒子の Dirac 方程式の場合を見ると明らかであるが、この場合も同じように行列式がゼロ ($\det\{\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + m\beta - E\} = 0$) という条件によりエネルギーの分散関係式 ($E = \pm\sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$) が求まり、それをもとの Dirac 方程式に代入する事により Dirac の波動関数が決まるのである。

5.10.3 有限質量ベクトルボソンの伝播関数

次に，有限質量をもつボソン場の偏極ベクトルが決定された事も踏まえて，ボソン場の伝播関数を決定する事が大切になる．出発点となるのはS行列の計算であり，この場合，複数個のボソン場のT-積が問題となる．ここで，2個のボソン場のT-積は

$$\langle 0|T\{Z^\mu(x_1)Z^\nu(x_2)\}|0\rangle = i \sum_{\lambda=1}^3 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \epsilon^\mu(k, \lambda) \epsilon^\nu(k, \lambda) \frac{e^{ik(x_1-x_2)}}{k^2 - M^2 + i\epsilon} \quad (5.63)$$

と書かれるので $\sum_{\lambda=1}^3 \epsilon^\mu(k, \lambda) \epsilon^\nu(k, \lambda)$ の形は Lorentz 条件を考慮する事により

$$\sum_{\lambda=1}^3 \epsilon^\mu(k, \lambda) \epsilon^\nu(k, \lambda) = - \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) \quad (5.64)$$

と決定される事がわかる．従って，ボソンの伝播関数は

$$D^{\mu\nu}(k) = - \frac{g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}}{k^2 - M^2 + i\epsilon} \quad (5.65)$$

と一義的に決定される事がわかる．この伝播関数は通常使われているものとはほんの少しだけ異なっている．実際，ほとんどの教科書で使われている伝播関数は，分子のところで k^2 の項が M^2 と置き換えられたものである．しかし，これだと，フェルミオンの自己エネルギーとバーテックス補正には2次発散が出てしまう事は良く知られている．このため，この形では繰り込み不可能であるとこれまで考えられてきたのである．

5.10.4 ベクトルボソンによるバーテックス補正

しかしながら，新しく求められた伝播関数でバーテックス補正を計算すると驚いた事に，Log 発散がすべて消えてしまい，有限で求められるのである．実際，電子の $g-2$ に対する Z ボソンの影響を計算したところ，非常に小さくて ($\delta g \sim 10^{-13}$)，この値は確かに実験と一致している事が分かったのである [3]．従って，弱い相互作用においては，繰り込みは一切不要である事が明確になった．この事より，フォトンの伝播関数がある意味で異常であり，この場合の取り扱いが最も難しいものである．さらに深刻な問題として，Feynman の伝播関数が正しくはない事である．この事はすでに1960年代に良く知られていた事であり，場の理論の教科書でも議論されているのだが，幸か不幸か，電

子-電子散乱などの on-shell 散乱では Feynman の伝播関数と正しい伝播関数がともに同じ正しい散乱振幅を与える事が分かっていたのである。従って、取り扱いが簡単である Feynman の伝播関数が使われ続けられてきたのはある意味では自然な事でもあった。しかしながら、この Feynman の伝播関数はループを含む計算であるバーテックス補正に使ってはいけない事は明らかな事である。ところが、正しい伝播関数でバーテックス補正を計算しようとする、この計算における積分が極めて難しいものとなっている。Feynman の伝播関数を用いる場合、運動量積分は常に4次元から実質1次元に帰着されたが、正しい伝播関数を用いる場合、そう簡単にはなってくれないのである。恐らくこの困難さはフォトンの質量がゼロであると言う所から来ているものと考えられるが、この点に関しては、現在もまだ良くはわかっていない。しかし、この一点を除けば、繰り込みは非常に簡単な形で理解された事になったのである。有限質量のベクトルボソンによるバーテックス補正には発散がなく、質量ゼロのベクトルボソンであるフォトンによるバーテックス補正にのみ発散があらわれると言う事実を考えてみれば、理論形式の問題と言うよりも、フォトンの伝播関数の問題として捉えるのが最も自然である事は明らかである。いずれにしても、ゲージ理論こそが奇妙な発散を持ち難しい理論になっている事は明らかであり、ゲージ理論のみが繰り込み可能で正しい理論であると言う定説が如何に無意味な「信仰」であったかがよく分かるものである。

5.11 繰り込み理論のまとめと未解決問題

これまで見てきたようにフェルミオンとフォトンの自己エネルギー自体は確かに発散している．しかしこれらは観測量ではないので，物理的にも理論形式の観点から言っても特に問題にはならないし，放って置いてよい事である．しかしながら物理的な観測量に発散がある場合には，本来の理論形式から言っても繰り込み理論を構築する前にどこか他に問題があるかどうかの注意深い検証こそが必要はなはずであった．これは Dirac の主張でもあり，また念願でもあったと考えられる．フェルミオンの場合は，バーテックス補正の計算が物理的な観測量になっていて，これに発散がある場合は繰り込みが必要となる．一方，フォトンの場合は，三角形図の計算が観測量に関係しておりこれに発散があると繰り込みを考える必要がある．これまで見てきたように，観測量の計算で発散があるのは唯一フォトンによるバーテックス補正の計算のみである．まとめて見ると

繰り込み関連の計算のまとめ

	繰り込み関連のファインマン図	発散度	参考文献
1.	γ^5 バーテックスの三角形図 ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$)	有限	文献 [1]
2.	スカラーバーテックスの三角形図	有限	文献 [2]
3.	$\gamma^\mu \gamma^5$ バーテックスの三角形図 ($Z^0 \rightarrow 2\gamma$)	有限	文献 [3]
4.	バーテックス補正 (有限質量ベクトルボソン)	有限	文献 [3]
5.	バーテックス補正 (フォトン) [($g-2$) の計算]	Log 発散	文献 [6]

となっている．これが現在の状況であり，これから見ても正しい伝播関数により ($g-2$) の計算を実行する事が重要であると考えられる．この ($g-2$) の計算が正しい伝播関数により有限で求まれば繰り込み理論は不要となる．これが量子場の理論における繰り込み関連では唯一の未解決問題である．

5.12 場の理論のまとめ

結局、真空中における全ての物理法則は基本的には量子電磁力学と量子色力学の体系に重力と弱い相互作用をうまく含み入れたラグランジアン密度により完全に記述されており、これら全ての相互作用を考慮した理論模型は概念的な困難がない量子場の理論として完成されたものと考えてよい。一つだけまだ完全にはわかったとは言えない問題はフォトンのバーテックス補正の計算であるが、これはいずれ解決されるべきものであり、理論形式全体を揺るがすほどの問題ではない。

いずれにしても、弱い相互作用における重いベクトルボソンによるバーテックス補正が有限で求められている事は非常に重要である。これまで、ゲージ理論のみが繰り込み可能であるという常識が物理の世界を支配してきた。しかし、現実の物理は逆でゲージ理論のみが物理的な観測量に対しても奇妙な発散を持っていて、従って繰り込みという不自然な定式化を考えざるを得なかったのである。実は、発散という基本的で深刻な問題は Feynman の伝播関数を使った事に主な原因がある事は分かっている。これはゲージ自由度をうまく処理できなくて、結局、正しくは無いが誰でも簡単に計算できる Feynman の伝播関数を使う事になったのである。実際、正しい伝播関数を用いようとする計算がべらぼうに大変になり、これは誰でも出来るわけでは無くなってしまっているのである。しかし、自然界を記述するためには簡単であるかどうかは「基準」にはなり得ない。簡単な計算例として電子-電子散乱の場合を考えると、これは Feynman の伝播関数でもまた正しい伝播関数でも、同じ結果が出る事が証明されるのである。そして、確かにその通り、いくつかの昔の教科書ではその証明を解説している。しかしながら、ループを含む計算には適用できない事は明らかであり、その事をしっかり検証しなかったために、正しい方向性を失ってしまったものと考えられる。

これまで、素粒子および宇宙論においてはネーミングのみが先行してその物理は極めて不明確であり、また貧弱であった。例えば、ブラックホールというネーミングは確かに興味をそそるものであったが、しかし、その実体は専門家自身が全く理解していない状態で研究が推移してきたのである。人々は、ブラックホールとは一般相対論の方程式の特異点であるという説明をしてきたが、それが物理的にどういう状態なのかと言う事に関しては、言葉でしか答えられなかったのである。勿論それは物理ではなく、単なる SF であった。

自発的対称性の破れと言う言葉も確かに人々の気を引く良いネーミングであったが、しかし物理的には前述したように全くの間違いであった。しかしそ

れ以上に、それを語っている人々はほとんどその物理がわかっていない状態であり、例えば自発的対称性の破れがあると Goldstone ボソンが現れると言う事を検証もしないで受け入れてきたのである。それで、「Goldstone ボソンは物理的にはどのような状態として記述できますか」と専門家に質問すると、「それは集団運動の状態だから簡単には記述できない」と人々は答えて来たのである。これは勿論、物理ではない。実際には、厳密解によれば Goldstone ボソンなど最初からあり得ないものだったのである。そして、そもそも自発的対称性の破れは、その場の理論模型における「真空」の性質のみが議論の対象となっているため、その現象がどのような形にせよ物理的な観測量に直接結びつく事はあり得ない事ではあったが、それ以上に、孤立系の場の理論においてその系の対称性が自然に破れる事など、勿論、あり得ない事である。

その他の楽しいネーミングとして、少し専門的なものではあるが「カイラルアノマリー」、「格子ゲージ」、「繰り込み群」、「漸近的自由」、「大統一理論」、「超弦理論」などが良く知られているが、それらはすべて物理的には無意味であり、いずれ消えて行くものである。

このように量子場の理論は非常にシンプルに理解できる定式化により完成されたものと考えてよい。この理論形式の解説は Bentham 出版社から

「Fundamental Problems in Quantum Field Theory」の題名で e-book の教科書として出版されている。詳細はこの本を読んでいただければ良い。どの分野においても何かをシンプルに理解できた時には正しい定式化が完成したと考えてよい場合が多いものである。しかしこの場合、そのシンプルな理解に到達するまでに膨大な努力とあらゆる形の試行錯誤や不要と思われる様々な検証を経て初めて可能になるものである事は言うまでもない。

5.13 量子生物

生命の起源は恐らくは海底における火山活動と関係しているものと考えられる。高分子がさらに結合してより大きな高分子になるためには、必ず触媒に対応する物質が必要である。この触媒の役割をする事ができる物質は電離した鉄などのイオンであろう。これらの化学反応を電子の言葉で理解する事が今後の物理学の最も重要な課題になって行くものと思う。これには低エネルギーの電子の振る舞いを正確に理解する必要があるし、これこそが量子生物という学問になるものと思う。但しこれまで、物理屋は電子の波が1個の分子サイズを大幅に超えたような物理現象に関してその描像を作る事を完全に怠ってきたので、この分野で物理学を応用しようとしてもその手法を全くしらないのである。まずは基本的な低エネルギーの物理現象からしっかり理解する事が重要になるであろう。

5.13.1 量子生物

物理学の主流は今後、量子生物の研究になって行くことであろう。それは生物を電子の言葉で理解するという事である。サイエンスとしては膨大な自然現象が広がっているがそれを量子生物として理解する事は、非常に難しい事であろう。しかし、サイエンスが自然を理解しようとする学問である限り、生物自体を量子力学の言葉でどうしても理解したいものである。

例えば、生物における神経の伝達を考えると、その情報を伝えるものは、やはり電子であろうと考えられる。しかし、それが電流のように伝達するのか、あるいは何らかの「波」のように密度波として伝達するのか、まだ全くわからない。もし電子による伝達ならばどのように電位差ができるのであろうか？さらに最小単位の電位差は一体どのくらいなのであろうか？

疑問は尽きないが、しかしそれに答えるのに、まだ糸口さえつかめてはいない。それは電場にしても磁場にしても、溶液中でどうなるのかと言う問題を物理学はほとんど答えて来なかったからでもあろう。生物は水を中心にして成立していることから、生物での現象は基本的に溶液中での化学反応に対応している。

5.13.2 溶液の物理

これまでの物理学は基本的には真空中に存在している物質の振る舞いを研究する事が主力であった。量子場の理論は当然真空のみが興味の対象であったし、また固体物性も結晶が存在するところは基本的には真空、あったとしても空气中ということである。そして、その物理は、かなりの精度で現象を記述できる理論体系が完成されたと考えて良い..

今後の方向として、量子生物の研究のまえに、溶液中の物理の研究は極めて大切である。生物を物理の言葉で理解しようとする、どうしても、溶液中における化学変化の問題にぶつかるのである。この場合、化学反応の現象論は良く理解されているのだが、その化学反応を電子の言葉で物理的に理解する仕事は、まだ、全くといって良いほどわかっていない。溶液だと何故、化学反応が起こり易くなってるのだろうか？溶液中では、例えば、水分子における電子は隣の水分子とどのような相互作用をしているのだろうか？

このように見て行くと、溶液中の化学変化の前に、溶液それ自体の性質をまず理解する必要がある事がわかる。溶液とは何かと言う事である。はっきりわかっている事として、溶液の場合、これ自体は真空中では存在できないと言う事である。即ち、溶液が溶液として存在するためにはそれを支える物質（容器）と圧力の存在が必須条件であると言う事であり、これは、溶液が全体としては束縛状態になっていないと言う事を意味している。この事より、溶液の状態は固体状態と決定的に異なっている事がわかるのである。

いずれにせよ、すべてはまだ疑問だらけである。恐らくは、何か決定的に重要な事があり、それを物理の言葉で理解する事が、今後のこの分野の進展に大きな影響を与える事になると考えられる。これからしばらくは、何が決定的に重要な役割を果たしているのかを探る事であろう。

関連図書

- [1] Fields and Particles
K. Nishijima, W.A. Benjamin, INC, 1969
- [2] Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, Nova Science Publishers, 2011 (2nd edition)
- [3] Fundamental Problems in Quantum Field Theory
T. Fujita and N. Kanda, Bentham Publishers, 2013
- [4] Bosons after Symmetry Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, M. Hiramoto and H. Takahashi
Nova Science Publishers, 2009
- [5] New Fundamentals in Fields and Particles
T. Fujita (editor), Transworld Research Network, 2008
- [6] J.D. Bjorken and S.D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics",
(McGraw-Hill Book Company,1964)
- [7] J.J. Sakurai, "Advanced Quantum Mechanics", (addison-Wesley,1967)
- [8] B.W. Parkinson and J.J. Spilker, "Global Positioning System", Progress
in Astronautics and Aeronautics (1996)
- [9] Simon Newcomb, "Tables of the Four Inner Planets", 2nd ed. (Washing-
ton: Bureau of Equipment, Navy Dept., 1898).
- [10] B.G. Bills and R.D. Ray. (1999), " Lunar Orbital Evolution: A Synthesis
of Recent Result