

量子力学 III 中間試験 (2009.12.15)

学生番号 _____ 氏名 _____

1. 電子の質量を m とした時、Dirac 方程式の Hamiltonian は $\hat{H} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \beta m$ で与えられる。但し、 $\hat{\mathbf{p}} = -i\nabla$ であり、 $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ である。この時、次の問いに答えよ。
 - (a) 角運動量演算子を L , スピン演算子を s とする時、Hamiltonian \hat{H} との交換関係、 $[\hat{H}, L]$ と $[\hat{H}, s]$ を求めよ。
 - (b) この事から、全角運動量演算子を $J = L + s$ とする時、 $[\hat{H}, J] = 0$ を示せ。
2. Dirac 方程式の Hamiltonian において非相対論近似を行うと $H_1' = -\frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$ と $H_2' = \frac{e}{4m^2} \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}$ という新しい項が現れる。但し、 $V(r) = -\frac{Ze^2}{r}$ である。
 - (a) H_1' は何と呼ばれているか？また、この項の物理的効果について簡単に解説せよ。
 - (b) H_2' は何と呼ばれているか？また、この項の物理的効果について簡単に解説せよ。