

量子力学 III 中間試験 (2009.10.27)

学生番号 _____ 氏名 _____

1. 角運動量演算子を $\hat{L} = -i\hbar \mathbf{r} \times \nabla$ とする時、次の問いに答えよ.

- (a) \hat{L}^2 と \hat{L}_z を角度 θ, φ を用いた微分で具体的に書け.
(b) \hat{L}^2 と \hat{L}_z の固有関数を $Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$ とする時、 \hat{L}^2 と \hat{L}_z の固有値を書け.

2. 時間依存の 1 次元 Schrödinger 方程式は

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x, t)$$

である。但し、 $V(x)$ は実関数。この時、Ehrenfest の定理

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle = \frac{1}{m} \langle \hat{p} \rangle$$

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{p} \rangle = - \left\langle \frac{\partial V}{\partial x} \right\rangle$$

を示せ。但し、 $\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ であり、また

$$\langle x \rangle \equiv \int \Psi^*(x, t)x\Psi(x, t)dx, \quad \langle \hat{p} \rangle \equiv \int \Psi^*(x, t)\hat{p}\Psi(x, t)dx$$

と定義されている。