

量子力学 III 中間試験 (2013.10.15)

学生番号 _____ 氏名 _____

1. 極座標表示の問題

(a) Hamiltonian $H = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m}$ を極座標で表した式を書き下せ .

(b) 角運動量 L について L^2 , L_z を極座標で表した式を書き下せ .

2. オペレータ \hat{F} の期待値を $F = \int \Psi^*(t, \mathbf{r}) \hat{F} \Psi(t, \mathbf{r}) d^3r$ とする . この時、 F が保存量となる条件は $[\hat{F}, \hat{H}] = 0$ である事を示せ .

3. Heisenberg 方程式は任意のオペレータ \hat{F} に対して $\frac{d\hat{F}}{dt} = i[\hat{H}, \hat{F}]$ と書けている . ここで \hat{H} は系の Hamiltonian である . 但し、 $\hbar = 1, c = 1$ としている .

(a) Hamiltonian \hat{H} を $\hat{H} = -\frac{eB}{m} \hat{s}_z$ ととる . この時、 \hat{s}_z は時間によらない事を示せ .

(b) \hat{s}_x, \hat{s}_y に対する方程式を求めよ .

(c) 上で求めた \hat{s}_x, \hat{s}_y に対する微分方程式を解き、それがどのような運動をするか論ぜよ .