

5.5 量子色力学 (QCD) の問題点

強い相互作用を記述する理論は量子色力学 (QCD) である。これはクォークとグルオンの相互作用による $SU(3)$ カラーの非可換ゲージ理論である。6種類のクォークが存在し、それぞれが3つのカラー自由度を持っていて、8つのカラー自由度を持つグルオンにより相互作用している系である。バリオンは3つのクォークから出来ていて、メソンはクォークと反クォークから出来ているという模型である。この模型は基本的には正しいと考えられる。ここでは詳しい記述はしないが、その模型の持つ良い点と問題点を議論したい。まずは Lagrangian 密度を書いて、その性質を簡単に見てゆこう。QCD の Lagrangian 密度は $SU(N_c)$ カラーの場合

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - g\gamma^\mu A_\mu - m_0)\psi - \frac{1}{2}\text{Tr}\{G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}\} \quad (5.36)$$

と書ける。ここで $G_{\mu\nu}$ はグルオンの場の強さであり

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig[A_\mu, A_\nu] \quad (5.37)$$

で与えられ、グルオン場は

$$A_\mu = A_\mu^a T^a \equiv \sum_{a=1}^{N_c^2-1} A_\mu^a T^a \quad (5.38)$$

であり、この時 T^a は $SU(N_c)$ 群の演算子であり

$$[T^a, T^b] = iC^{abc}T^c \quad (5.39)$$

を満たす。また、 C^{abc} は群の構造定数と呼ばれている。この Lagrangian 密度は次のゲージ変換に対して不変である。

$$\psi' = (1 - ig\chi)\psi = (1 - igT^a\chi^a)\psi, \quad \text{with } \chi = T^a\chi^a \quad (5.40)$$

$$A_\mu^{\prime a} = A_\mu^a - gC^{abc}A_\mu^b\chi^c + \partial_\mu\chi^a \quad (5.41)$$

ただし、 χ は、 $\chi = \chi(t, \mathbf{r})$ の任意の関数であるが、無限小であるとする。

ここでこの Lagrangian 密度の詳細を議論する必要はない。大切な事は、この Lagrangian 密度は確かにゲージ変換に対して不変であるが、しかし、クォークの状態 ψ とグルオンの状態 A_μ はゲージ不変ではなく、これらのカラー電

荷を持った粒子の状態は運動学的に自由にはなれないと言う事実である。これは非常に重大な事を物理的には意味している。すなわち、クォークとグルオンは観測量にはならないという事である。実際、クォークのカラー電流保存を調べるとわかる事だが、これは保存量にはなっていない。つまり、クォークのカラー電荷は時間によってしまい、物理的な観測量にはならない事を意味している。そして、それこそがクォークとグルオンの閉じ込めの現象そのものであり、クォークは動力学的に閉じ込められているわけではなく、運動学的に閉じ込められているので、その閉じ込めは絶対的なものであると言える。

自由 Lagrangian 密度のゲージ依存性

クォークとグルオンのカラー電荷がゲージに依ってしまう事、およびクォークとグルオンのそれぞれの自由 Lagrangian 密度がゲージ依存である事の証明はそれ程難しくはない。しかしこれは明らかに非常に重要な事である。ところが、この事を指摘している教科書はあまり知られていない。実際、印牧誠司氏の修士論文 (2007 年) がこの自由 Lagrangian 密度のゲージ依存性を最初に明らかにした論文のように見える。これが本当だとしたら事態はかなり深刻である事を意味している。但し、この問題を科学的に調べたわけではなく、この辺のところは良くわからない。

5.5.1 摂動論が定義できない！

クォークとグルオンの自由場が存在しないという事実は非常に重大であり、理論的な模型計算に大きな影響を及ぼしてしまう事になる。結論を先に言うと、この模型は全 Hamiltonian を一気に対角化する事以外に、解く方法が存在しない事が証明される。

QCD の摂動論

QED もそうであったように、4次元量子場の理論での取り扱いは基本的には摂動論をベースにしている。それ以外解けない事が最も大きな理由である。この摂動論の場合、その基本戦略は全ての観測量を自由場の言葉で書きたいと言う事である。例えば、QED の場合は、自由電子の状態と自由フォトンの状態の言葉で全ての観測量を表現している。ところが、QCD では基本となる自由クォークの状態が存在していないため、QCD における観測量は何かという

事が問題になってくる。自由クォークの状態が存在しない限り、物理的に計算したい観測量が何かわからないという事である。これは摂動論が使えないためどんな物理量が計算できるのかわからないと言う事を意味しており、実情は想像以上に深刻であり、全くのお手上げ状態になっている。実際、QCDにおける理論的な発展は、この30年間ほとんどないのである。

漸近的自由

このQCDにおいて、これまで摂動論による計算が行われてきたが、実はQCDの場合、自由クォークは存在しないし、自由グルオンも存在しないのでこれでは摂動論の計算は定義できなかつたはずである。この自由クォークと自由グルオンが観測されていない事は実験事実ではあるが、実は理論的にもそれらが観測にはなっていない事は、良く知られている事実である。実際、自由クォークと自由グルオンが観測されていない事は理論と実験の整合性もしっかり合っていて、これは疑う余地もなくQCDが恐らくは正しい理論体系であるという事を示している。

従って、しっかり考えれば、QCDの摂動論計算は、およそ直感的に不可能な事である事ぐらいは誰でもわかる事である。しかし、現実には、QCDの摂動論の計算が行われて、「漸近的自由」と言う事を「発見」してノーベル賞を受賞した人達がいるほどである。この「漸近的自由」の場合は、2重に間違えている。一つはQCDの摂動論が定義できないのに、これを実行してしまった事である。さらに、その計算の中でも「one loop」の計算は繰り返しに不要なのにこれを実行して繰り返し群方程式という仮想の方程式を発見しまったのである、このため仮想運動量の大きなクォークはほとんど自由であるというわけのわからない事を主張したのである。

5.5.2 QCDにおける観測量

それでは、何故QCDが正しい理論体系であると信じているのであろうか？これにはきちんとした理由がある。最大の理由は実験的なサポートである。これは一体どういう事であらうか？クォークが観測量では無いのに、どうしてクォークの事がわかるのであろうか？これは実は簡単で、クォークには電気的な電荷があるからである。例えば、 u クォークはその電荷が $\frac{2}{3}e$ 、 d クォークは $-\frac{1}{3}e$ であるとして実験的に矛盾が無い。すなわち、クォークの電磁気的なカレントは保存量となっており、従って電磁気的なプローブで陽子を研究すれば、

確かにクォークが反応して様々な物理的な観測量を出しているのである。

陽子・中性子の磁気能率

クォーク模型によるバリオンの電磁気的な模型計算はこれまで数多く実行されている。なかでも、核子の磁気能率は実験と理論が見事に合う例として、しばしば引用されている。そして、その物理的な根拠は十分しっかりしているのである。バリオンの構造が QCD の模型により全く解かれていないのに、どうして磁気能率だけは理論的に信頼できる計算ができてしまうのかと言う疑問に対して、答えは簡単である。例えば、陽子の磁気能率は大雑把に言って

$$\mu = \mu_0 \sum_{i=u,u,d} e_i \sigma_i = \mu_0 e \left(\frac{2}{3} \sigma_{u_1} + \frac{2}{3} \sigma_{u_2} - \frac{1}{3} \sigma_d \right) \quad (5.42)$$

と書く事が出来る。ここで、 $e_u = \frac{2}{3}e$ と $e_d = -\frac{1}{3}e$ は u クォークと d クォークの電荷を表している。 μ_0 は典型的なスケール量を表し、例えば非相対論ならば、クォークの質量を m として $\mu_0 = \frac{1}{2m}$ となっている。いずれにせよ、この模型で陽子と中性子の磁気能率を計算すると

$$\mu_p = \mu_0, \quad \mu_n = -\frac{2}{3}\mu_0 \quad (5.43)$$

となり、この2つの比を取って実験と比較すると

$$\left(\frac{\mu_p}{\mu_n} \right)_{theory} = -1.5, \quad \left(\frac{\mu_p}{\mu_n} \right)_{exp} = -1.46 \quad (5.44)$$

となり、恐ろしいほど良く一致している。この理由は明らかで、磁気能率が動径部分の波動関数に依っていない事が最も重要な事である。このため、クォークが陽子内部でどのような運動をしていようが、基本的に言って、クォークのスピンの性質に支配されているので、陽子と中性子の磁気能率の比は非常に上手く記述されているのである。そして、この事は確かにクォーク模型が正しいと考えて良い事を示している。

クォークのカラー数

クォークのカラー電荷が保存量ではない事から、QCD 相互作用の取り扱いの難しさについて述べたが、それではクォークのカラー数はどのようにして検証

されたのであろうか？これは再び電磁的な相互作用を用いている．良く知られている

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{all hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (5.45)$$

の実験値からクォークのカラー数が3である事がわかる．それは，この比にはクォークのカラーの自由度が現れるからである．従って，クォークの動力学を研究する事は，非常に難しいのであるが，クォークのある種の性質は電磁気的方法是方法で調べる事が出来る事を示している．

$e^+e^- \rightarrow \text{Jets}$ の現象

実験的に $e^+e^- \rightarrow \text{Jets}$ の現象が知られている．これはQCDでよく理解できるのであろうか？この実験の際，ハドロン内部において $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ が起きている事は確かであろう．この過程は電磁気的なものなので，正確にわかっている．ところが，その後どうなるのかと言う事が全くわからない．クォークがハドロンから外に出て自由になると言う事が物理的に記述できないからである．それは既に議論したようにクォークのカラー電荷がゲージによるため観測量でないと言う事と関係している．

それではこの Jet の現象はどのように理解できるのであろうか？実験的にもクォークが大きな運動量を瞬間的に得た事は事実である．しかし，クォークは自由になれない．従って，ハドロンになって行くしか他に仕様がなないのである．生成されたハドロンは反応過程においてエネルギーと運動量の保存則だけは満たしている必要がある．よって，これは同じ方向に基本的にはハドロンが生成された現象，すなわち Jet の現象が観測されたのであると考えられる．実験的には2 Jet が主であるが，3 Jet や4 Jet も観測されている．ハドロン内部でクォーク同士がどのような相互作用をするのかの具体的な描像が作れていない段階では，これ以上の物理的なコメントが出来ない．特に，摂動論が定義できていないからには，直感的な描像が作りきれないのである．

5.5.3 QCD 理論計算の展望

それでは、QCD の理論計算はどのようにしたら良いのであろうか？これは随分と考えて来たが、現在までの所、信頼できる計算がどの程度可能であるかについては、あまり明白な事はわからない。一つはっきりしている事は、全 Hamiltonian はゲージ不変であるという事である。従って、例えば J/ψ のような重いクォークにより構成されている中間子の場合、この全 Hamiltonian を適当なベースを選んで対角化してしまえば良いと考えられる。しかし、クォークが観測量ではないのに、その質量が重いか軽いかと言う事が物理的に意味があるのかどうか良くわからない。しかし、質量はパラメータであるから、適当な値を考える事はそれなりに意味はあるとは考えられる。それで、とにかく全 Hamiltonian の対角化の計算がどの程度大変であるかは、まだ良くわからないが、少なくとも適当なゲージ固定をして、クォークのカラー電流が保存するように選び、そのゲージ固定の範囲で計算を実行すれば、概念的な困難は避けられる気がする。ただ、単純に計算してみても、Hamiltonian を対角化するために必要なベースは非常に大きな数になってしまい、例えば、 $10^8 \times 10^8$ の行列の対角化が可能になれば、ある程度信頼できる J/ψ の質量が計算できると考えられる。しかし、これらは全て今後の課題であり、計算機による数値計算を工夫する事が出来れば、それなりに意味があり、面白い結果が期待できる問題であると思う。

関連図書

- [1] Fields and Particles
K. Nishijima, W.A. Benjamin, INC, 1969
- [2] Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, Nova Science Publishers, 2011 (2nd edition)
- [3] Fundamental Problems in Quantum Field Theory
T. Fujita and N. Kanda, Bentham Publishers, 2013
- [4] Bosons after Symmetry Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, M. Hiramoto and H. Takahashi
Nova Science Publishers, 2009
- [5] New Fundamentals in Fields and Particles
T. Fujita (editor), Transworld Research Network, 2008
- [6] J.D. Bjorken and S.D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics",
(McGraw-Hill Book Company,1964)
- [7] J.J. Sakurai, "Advanced Quantum Mechanics", (addison-Wesley,1967)
- [8] B.W. Parkinson and J.J. Spilker, "Global Positioning System", Progress
in Astronautics and Aeronautics (1996)
- [9] Simon Newcomb, "Tables of the Four Inner Planets", 2nd ed. (Washing-
ton: Bureau of Equipment, Navy Dept., 1898).
- [10] B.G. Bills and R.D. Ray. (1999), " Lunar Orbital Evolution: A Synthesis
of Recent Result